Übungsarbeit 2 KA 1 (Eigenschaften von Funktionen und Ableitung)

Teil 1 (ohne Hilfsmittel)

1) Bestimme die Ableitung der Funktion.

   a) $f(x) = 4x^3 - 5x^2$ b) $f(x) = \frac{4}{x^2} + x^2 + 2\sqrt{x}$

2) Löse die Gleichung.

   a) $x^3 + 9x^2 = 0$ b) $x + 2 - \frac{3}{x} = 0$

3) Die Punkte A(1|2) und B(3|-2) liegen auf einer Geraden g.
   a) Bestimme die Geradengleichung.
   b) Bestimme die Nullstelle von g.

4) Für welche Werte von a und n der ganzrationalen Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^n + 8x^3$ gilt:
   a) Für $x \to \infty$ gilt $f(x) \to -\infty$, für $x \to -\infty$ gilt $f(x) \to -\infty$?
   b) Das Schaubild von f ist punktsymmetrisch zum Ursprung?

Teil 2 (mit WTR)

1) Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 2{,}5x^2 + 0{,}5x + 1$
   a) Berechne $f(-1)$.
   b) Berechne die Nullstellen des Schaubildes der Funktion f.
   c) Für welches x ist der Funktionswert im Bereich $-1 \leq x \leq 1$ am größten?
      Gib den Funktionswert mit einer Genauigkeit von einer Nachkommastelle an.

2) Bestimme die Schnittstellen der Graphen f und g mit $f(x) = x^2$ und $g(x) = -x^2 + 4$.

3) Gib eine ganzrationale Funktion f mit möglichst niedrigem Grad an.
   a) f hat die Nullstellen -5; 0,5 und 2.
   b) Der Graph von f schneidet die x-Achse an den Stellen -3 und 3 und berührt sie bei 0.

4) Bestimme die Gleichung der Tangente und Normale an das Schaubild
   von $f(x) = 3x^4 + 4x$ im Punkt P(-1|f(-1)).

Übungsarbeit 2 KA 1 (Eigenschaften von Funktionen und Ableitung)

Teil 1 Lösungen:

1) a) $f'(x) = 12x^2 - 10x$ b) $f(x) = 4x^{-2} + x^2 + 2x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = -8x^{-3} + 2x + x^{-\frac{1}{2}}$

2) a) $x^3 + 9x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 \cdot (x+9) = 0$

$\Rightarrow x^2 = 0$ oder $x + 9 = 0$

$x_1 = 0$ $x_2 = -9$

b) $x + 2 - \frac{3}{x} = 0 \quad |\cdot x \quad \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x_{1/2} = -1 \pm \sqrt{1+3} = -1 \pm 2 \Rightarrow x_1 = 1; x_2 = -3$

3) a) $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2-2}{3-1} = \frac{-4}{2} = -2$

Setze A(1|2) in $y = -2x + c$ ein:

$2 = -2 \cdot 1 + c \Leftrightarrow c = 4 \Rightarrow \boxed{g: y = -2x + 4}$

b) Nullstelle: $f(x) = 0 \quad -2x + 4 = 0 \Leftrightarrow -2x = -4 \Leftrightarrow \boxed{x = 2}$

4) a) $a < 0$ und $n > 2$ und n gerade

b) a beliebig, n ungerade

Teil 2 Lösungen:

1) a) $f(-1) = -3$

b) $x_1 = -0,5; x_2 = 1; x_3 = 2$

c) $f(0,1) = 1,026$ somit am größten für $x = 0,1$

2) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 = -x^2 + 4 \Leftrightarrow 2x^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x_1 = -\sqrt{2} \approx -1,41; x_2 = \sqrt{2} \approx 1,41$

3) a) $f(x) = (x+5) \cdot (x - 0,5) \cdot (x-2)$

b) $f(x) = (x+3) \cdot (x-3) \cdot x^2$

4) $f(x) = 3x^4 + 4x$

$f(-1) = 3 \cdot (-1)^4 + 4 \cdot (-1) = 3 - 4 \Rightarrow P(-1|-1)$

$f'(x) = 12x^3 + 4$

$m = f'(-1) = 12 \cdot (-1)^3 + 4 = -12 + 4 = -8$

Bestimme c:

$y = mx + c$

$-1 = -8 \cdot (-1) + c$

$c = -9$

$\boxed{t: y = -8x - 9}$

Bestimme Normale: $m_n = -\frac{1}{m_t} = \frac{1}{8}$

Bestimme c:

$y = mx + c \quad \Leftrightarrow -1 = \frac{1}{8} \cdot (-1) + c \Leftrightarrow c = -\frac{7}{8} \Rightarrow \boxed{n: y = \frac{1}{8}x - \frac{7}{8}}$